

## 6. feladatsor, 2024 tavasz

Számelmélet (tanár, 4. félév)

1. Hány osztója van a  $11^1 \cdot 12^2 \cdot 13^3 \cdot 14^4$  számnak?
2. Melyik az a legkisebb szám, amire  
(a)  $d(n) = 2$  (b)  $d(n) = 3$  (c)  $d(n) = 6$  ?
3. Keressünk egy olyan  $n$  számot, amelyre  $d(n) = 4$  és  $d(n + 1) = 5$ . Van-e olyan  $n$  szám, amelyre  $d(n) = 5$  és  $d(n + 1) = 7$ ?
4. Mely  $n$  természetes számokra teljesül, hogy (a)  $d(3n) = 2d(n)$  (b)  $d(3n) = d(2n)$ ?
5.  $\varphi(100)$ ,  $\varphi(200)$ ,  $\varphi(1000)$ ,  $\varphi(36)$
6. Írjuk fel a primitív hatodik egységgyökök algebrai alakját. Majd ugyanezt a primitív nyolcadik egységgyökökre.
7. Milyen  $n$  pozitív egész számokra lesz  $\varphi(n)$  (a) páratlan, (b) kettőhatvány?
8.  $\varphi(n) + d(n) \leq n + 1$ .
9. Hogy viszonyul egymáshoz  $\varphi(ab)$  és  $\varphi(a) \cdot \varphi(b)$ , ha  $a$  és  $b$  nem relatív prímek?
10. Igazoljuk, hogy  $\varphi(n) \mid \varphi(25n)$  minden  $n$  pozitív egész számra. Mi lehet a két szám hányadosa?
11.  $(a, b)[a, b] = ab$ . Igaz ugyanez három számmal?