

4. feladatsor, 2024 tavasz,

Számelmélet (tanár, 4. félév)

1. Hány osztója van $10^4 * 8^3 * 6^2 * 7^1$ -nek?
2. Mely n -ekre lesz $d(n)$ páratlan?
3. Mutassuk meg, hogy $d(n) \leq \frac{n}{2} + 1$. Hogy lehet ezt a becslést javítani?
4. Hogyan olvasható le egy szám kanonikus alakjából, hogy négyzetszám, köbszám, illetve általában k -adik hatvány (azaz egy pozitív egész k -adik hatványa)?
5. Mutassuk meg, hogy ha két relatív prím szám szorzata k -adik hatvány, akkor külön-külön is k -adik hatványok.
6. Két szám közül az egyik 81, a másik 79 maradékot ad 83-mal osztva. Milyen maradékot ad a szorzatuk 83-mal osztva?
7. $13 \mid \overline{abcabc}$
8. Igazoljuk, hogy $2310 \mid 33^{99} - 35^{99} + 2^{99}$.
9. Igazoljuk, hogy $13 \mid 5 * 19^n - 3 * 6^{n+1}$.
10.
 - Milyen maradékot adhat egy köbszám 9-cel osztva?
 - Lássuk be, hogy $10^{2024} + 3$ nem írható fel három köbszám összegeként.