

3. feladatsor

Számelmélet (tanár, 4. félév)

2024 tavasz

- Számoljuk ki 136 és 96 legnagyobb közös osztóját Euklideszi algorit-mussal.
 - Számoljuk ki 272 és 192 legnagyobb közös osztóját Euklideszi algo-ritmussal.
2. Emeljük négyzetre azt a $4 * 4$ -es mátrixot, aminek i -edik sorának j -edik eleme (i, j) , azaz i és j legnagyobb közös osztója.
3. Fejezzük ki a 136 és a 96 legnagyobb közös osztóját $136a + 96b$ alakban, ahol a és b egész számok.
4. Igazoljuk, hogy a $\frac{8n+5}{5n+3}$ tört soha nem egyszerűsíthető. Mely n számokra egyszerűsíthető a $\frac{8n+3}{7n+1}$ tört?
5. Tegyük fel, hogy az a, b számokra $(a, b) = 5$. Bizonyítsuk be, hogy $(a + 2b, b) = 5$. Mennyi lehet $(a + 2b, a)$ értéke?
6. Két szám közül az egyik 36 darab, a másik 28 darab 1-es számjegyből áll. Más számjegyük nincs. Mennyi a legnagyobb közös osztójuk?
7. Igazoljuk, hogy ha m és n pozitív egész számok, akkor $(2^m - 1, 2^n - 1) = 2^{(m,n)} - 1$.
8. Igazoljuk, hogy $13 \mid 5 \cdot 19^n - 3 \cdot 6^{n+1}$.
9. Mik azok a pozitív egész számok, amiknek páratlan sok osztója van?