

1. feladatsor

Számelmélet (tanár, 4. félév)

2024 tavasz

1. Alakítsuk szorzattá a következő kifejezéseket: (a) $a^3 - b^3$ (b) $a^3 + b^3$
(c) $a^4 - b^4$, (d) $a^6 - b^6$ (e) $a^6 + b^6$.
2. Igazoljuk, hogy ha n páros, akkor $a + c \mid a^n - c^n$, ha pedig n páratlan, akkor $a + c \mid a^n + c^n$.
3. Számoljunk kilences számrendszerben. (a) $4567 + 6862$ (b) $567 \cdot 23$
4. Számítsuk át a tizes számrendszerben felírt 123456 számot tizenkettes számrendszerbe.
5. Legyen n kettőnél nagyobb egész szám, és legyen $n - 2, 1$ egy kétjegyű szám az n -es számrendszerben. Lássuk be, hogy ez egy négyzetszám.
6. Legyen 740 (10-es számrendszerben felírt szám) a t -es számrendszerben négyjegyű, és utolsó számjegye 5. Mi lehet t ?
7. Lehet-e egy hetes számrendszerben felírt négyzetszám utolsó számjegye 5?
8. Vegyünk két komplex számot, aminek a valós és a képzetes része is egész szám. Lássuk be, hogy a két komplex szám összege és szorzata is ilyen alakú (a valós része és a képzetes része is egész szám).
9. * Van egy kétkarú mérlegünk, és tíz súlyunk. A mérleg egyik karjába rakhatunk egy dolgot, aminek a súlya egy egész szám valamilyen mértékegység szerint. A másik oldalra a súlyok közül akárhányat felrakhatunk. Szeretnénk így lemérni az összes egész súlyt 0-tól k -ig.
 - Mekkora lehet k és mi lehet a súlyok sorozata, hogy azt elérjük?
 - Mi van akkor, ha mindkét karba rakhatunk súlyokat?