

31. Igazoljuk, hogy V teljesen reducibilis \iff Minden $W \leq V$ részmodulusnak van direkt kiegészítője. ($W' \leq V$ részmodulus, melyre $V = W \oplus W'$)

32. Legyen U és V két L -modulus. Definiáljuk L egy hatását $\text{Hom}(U, V)$ -n az

$$(x.f)(u) = x.f(u) - f(x.u) \quad u \in U, x \in L, f \in \text{Hom}(U, V)$$

képlettel. Mutassuk meg, hogy ily módon egy L -modulus struktúrát kapunk $\text{Hom}(U, V)$ -n.

33. Legyenek U és V két L -modulus. Igazoljuk, hogy az

$$x.(u \otimes v) = (x.u) \otimes v + u \otimes (x.v)$$

formula lineáris kiterjesztésével L -modulus struktúrát definiálunk $U \otimes V$ -n.

34. Legyen L egyszerű Lie-algebra (\mathbb{C} felett). Legyen továbbá β_1 és β_2 két nem-elfajuló, szimmetrikus és asszociatív bilineáris függvény L -en. Igazoljuk, hogy $\beta_2 = \lambda \cdot \beta_1$ alkalmas $\lambda \in \mathbb{C}$ -re.

35. Legyen $L = \mathfrak{sl}(2, \mathbb{C})$ és $\text{ad} : L \rightarrow \mathfrak{gl}(L)$ az L adjungált reprezentációja. A definíció alapján számoljuk ki ennek a reprezentációnak a Casimir elemét.

36. Igazoljuk, hogy az $\mathfrak{sl}(n, \mathbb{C})$ (az adjungált reprezentációjához tartozó) κ Killing-formája, és a szokásos reprezentációjához tartozó nyomforma között fennáll a $\kappa(x, y) = 2n \text{Tr}(xy)$ összefüggés.

37. Adjuk meg $\mathfrak{sl}(3, \mathbb{C})$ -nek a szokásos (3-dimenziós téren vett) reprezentációjának a Casimir elemét.